

【報 告】

GLM (General Linear Model) による パラメトリック的統計解析の統一的理解 (3)

高梨一彦

Parametorical understanding through GLM(3)

TAKANASHI Kazuhiko

要旨

パラメトリックな多変量の統計解析において用いられている重回帰分析や分散分析法等は、基本的な解析方法であると同時にコンピュータの利用が必須である。これらの方法は、従来、それぞれ別個の手法と考えられて教育上もそのように扱われてきている。しかしながら近年は理論的な枠組みも統一のかつ一般的になってきて、これらの方法をより一般性の高いものから考察しようという動きがある。それがGLM (General Linear Model; 一般線型モデル) である。本研究では、GLMの理論的な枠組みから反復測定分散分析 (Repeated measurement ANOVA) をとらえ、統計パッケージソフト (SPSS) による分析手順の違いを示した。

キーワード: 反復測定分散分析 (Repeated measurement ANOVA)、一般線型モデル (General Linear Model)

はじめに

これまで高梨 (2017)¹⁾および高梨 (2018)²⁾はGLMの枠組みから分散分析をまとめてきているが、今回は変量モデルの二要因分散分析、混合モデルの三要因分散分析 (被験者内1・被験者間2および被験者内2・被験者間1) を扱うことにする。

(1) 分散分析 (ANOVA; Analysis of Variance) のモデル (訂正)

前述のように一要因ならびに二要因の固定モデルについてはすでに前報までにまとめた^{1) 2)}。今回のまとめに入る前に二要因分散分析 (被験者内1・被験者間1) のモデルに一部数式に誤りがあったため、訂正を含めて次に述べる。

二要因 (被験者内1・被験者間1) 反復測定分散分析のモデルは、以下のような数式で表される。³⁾

$$E(Y_{ijk}) = \mu + \pi_{i(j)} + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk}$$

そして同じ二要因であるが被験者内のみ反復測定分散分析のモデルは、以下のような数式で表される。²⁾

$$E(Y_{jk}) = \mu + \pi_i + \alpha_j + \beta_k + (\pi\alpha)_{ij} + (\pi\beta)_{ik} + (\alpha\beta)_{jk}$$

ここでEは期待値、 μ および π は上記と同様、 α はA要因の実験条件の効果、 β はB要因の実験条件の効果、 $(\pi\alpha)$ および $(\pi\beta)$ については異なる被験者の測定値すべてに作用する一貫性を持たない効果、 $(\alpha\beta)$ は交互作用である。

(2) 一般線型モデルにおける被験者内二要因の反復測定分散分析 (Repeated measurement ANOVA) について

今回扱う三要因分散分析 (被験者内1・被験者間2) の反復測定分散分析のモデルは、次のように表される。⁴⁾

$$E(Y_{jklm}) = \mu + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{ij} + \pi_{l(ij)} + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ikl} \\ + (\gamma\pi)_{kl(ij)}$$

さらにGLMではこれは以下のような数式で表される。²⁾⁴⁾

$$E(Y_{ijkl}) = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \pi_{l(ij)} + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ikl} \\ + (\gamma\pi)_{kl(ij)} + \varepsilon_{ijkl}$$

Yは予測したい変数、 μ は母数で実験による要因の効果に左右されない値、 π は被験者に関するランダムな要因の効果、 $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma$ は実験条件 (β 被験者内要因)、 $\alpha\beta \cdot \alpha\gamma \cdot \beta\gamma$ についてはそれらの交互作用効果、 $\alpha\beta\gamma$ は二次交互作用、 ε は誤差である。

そして、もう一つの三要因反復測定分散分析 (被験者内1・被験者間2) は次のように表される。⁴⁾

$$E(Y_{ijkl}) = \mu + \alpha_i + \pi\beta_j + \pi\gamma_k + \pi_{l(jk)} + (\pi\alpha\beta)_{l(ij)} + (\pi\alpha\gamma)_{l(ik)} \\ + (\pi\beta\gamma)_{l(jk)} + (\pi\alpha\beta\gamma)_{l(ijk)}$$

Yは予測したい変数、 μ は母数で実験による要因の効果に左右されない値、 π は被験者に関するランダムな要因の効果、 $\alpha \cdot \beta \cdot \gamma$ は実験条件 (β と γ は被験者内要因)、 $\alpha\beta \cdot \alpha\gamma \cdot \beta\gamma$ についてはそれらの交互作用効果、 $\alpha\beta\gamma$ は二次交互作用、 ε は誤差である。

そして一般線型モデルによって二要因 (被験者内2・被験者間1) 反復測定分散分析のモデルは次のように表される。²⁾⁴⁾

$$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \pi\beta_j + \pi\gamma_k + \pi_{l(jk)} + (\pi\alpha\beta)_{l(ij)} + (\pi\alpha\gamma)_{l(ik)} + (\pi\beta\gamma)_{l(jk)} \\ + (\pi\alpha\beta\gamma)_{l(ijk)} + \varepsilon_{ijkl}$$

前論文¹⁾²⁾でも記しているようにANOVAモデルとGLMの違いは数式の最後にある ε の有無である。⁶⁾

(3) 統計パッケージソフト (SPSS) による分散分析について

それでは次に二要因反復測定分散分析ならびに三要因 (被験者内2・被験者間1) 反復測定分散分析がSPSSでどのように分析手順が行われているのかについてGLMとの関連で述べる。用いるデータについては、佐々木ほか (1997) の分散分析の例ならびに錯視データを利用する。

SPSSでは、以前のバージョンであるSPSS-X⁵⁾⁶⁾⁷⁾⁸⁾⁹⁾およびSPSS/PC+¹⁰⁾時代では、コマンドレベルでの分散分析の場合、ONEWAY、ANOVA (ただしSPSS-Xの時代まで)、GLM (SPSS-XからSPSSに変わってから)、UNIANOVA、MANOVAというコマンドを用いている。反復測定分散分析については、MANOVAコマンドになっている。

a) 二要因反復測定分散分析の場合 (変量モデル: WW)

錯視図形を単眼と両眼さらに明室と暗室の2条件それぞれに関して12名の被験者が順番をランダムにした上で錯視量を測定したという仮定である (この他に上昇系列と下降系列の条件があるがそれらはまとめて錯視量を求めた)。12名の被験者が4回にわたり反復測定されている。従属変数は錯視量である (表1)。

表1 錯視データ (明室と暗室、両眼と単眼、単位はmm)

参加者	明室・両眼	明室・単眼	暗室・両眼	暗室・単眼
1	68.25	68.25	68.00	50.00
2	85.75	62.25	72.75	58.25
3	89.75	84.25	86.50	74.25
4	83.00	86.50	79.50	82.25
5	82.50	74.50	73.75	58.00
6	77.50	69.00	74.00	66.25
7	80.50	71.50	71.25	56.50
8	82.25	76.75	77.00	76.75
9	81.50	82.00	70.25	63.00
10	107.25	84.75	83.25	84.00
11	93.00	87.50	65.50	88.50
12	68.25	87.75	70.25	77.75

i) SPSS-Xまでの手順と結果 (SPSS/PC+¹⁰⁾による分析)

コマンド部分は次のようになる (データの読み込み部分は省く)。¹⁾

```
MANOVA 明室・両眼 TO 暗室・単眼
/WSFACTORS=MEIAN(2), RYOTAN(2)
/WSDESIGN=MEIAN, RYOTAN, MEIAN BY RYOTAN
/ANALYSIS(REPEATED)
/PRINT=CELLINFO
/DESIGN.
```

結果は以下の通り。

```
-----
Cell Means and Standard Deviations
Variable .. 明室・両眼
              Mean Std. Dev.      N
For entire sample      83.292    10.509    12
<中略>
```

```
-----
***** Analysis of Variance — design 1 *****
```

Tests of Between-Subjects Effects.

Tests of Significance for T1 using UNIQUE sums of squares					
Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
WITHIN+RESIDUAL	2494.29	11	226.75		
CONSTANT	279380.08	1	279380.08	1232.09	.000

Tests involving 'MEIAN' Within-Subject Effect.

Tests of Significance for T2 using UNIQUE sums of squares					
Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
WITHIN+RESIDUAL	220.56	11	20.05		
MEIAN	892.69	1	892.69	44.52	.000

Tests involving 'RYOTAN' Within-Subject Effect.

Tests of Significance for T3 using UNIQUE sums of squares					
Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
WITHIN+RESIDUAL	970.29	11	88.21		
RYOTAN	305.02	1	305.02	3.46	.090

Tests involving 'MEIAN BY RYOTAN' Within-Subject Effect.

Tests of Significance for T4 using UNIQUE sums of squares					
Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
WITHIN+RESIDUAL	530.98	11	48.27		
MEIAN BY RYOTAN	1.33	1	1.33	.03	.871

ここではMANOVA手続きによって分析を行っている（後述する理由からMauchlyの球面性検定は求められない）。分析の結果、明室・暗室条件の主効果（MEIAN）は有意であり（ $F=44.52$, $df=1,11$, $p<.001$ ）、両眼・単眼条件の主効果（RYOTAN）は傾向あり（ $F=3.46$, $df=1,11$, $p<.10$ ）、そしてそれらの交互作用（MEIAN BY RYOTAN）は非有意になっている（ $F=0.03$, $df=1,11$, n.s.）。

ii) SPSS-XからSPSSに変わってからの手順と結果（SPSS 16.0以降の結果；以下SPSS 28.0の結果とする）

ここからはGLM手続きを指定するようになっている。コマンド部分は次のようになる（データの読み込み部分は省く）。

```
GLM 明室・両眼 明室・単眼 暗室・両眼 暗室・単眼
  /WSFACTOR=factor1 2 Polynomial factor2 2 Polynomial
  /METHOD=SSTYPE(3)
  /PLOT=PROFILE(factor1*factor2) TYPE=LINE ERRORBAR=NO MEANREFERENCE=NO YAXIS=AUTO
  /PRINT=DESCRIPTIVE ETASQ OPOWER HOMOGENEITY
  /CRITERIA=ALPHA(.05)
  /WSDESIGN=factor1 factor2 factor1*factor2.
```

Mauchlyの球面性検定¹¹⁾の結果が有意でない時に出力結果のそれ以下のところを見るのであるが、この場合は全ての要因が被験者内のため、Mauchly検定は数値が出ない。

前述の値と比べると桁数に違いはあるが値は同じになる（表2および表3）。「球面性の仮定」以下、「下限」まですべて同じ数値になっている。タイプIIIの平方和¹²⁾¹³⁾を用いた分析の結果、明室・暗室条件の要因（factor1）の主効果が有意であり（ $F=44.521$, $df=1,11$, $p<0.001$ ）、両眼・単眼条件の主効果（factor2）は傾向あり（ $F=3.458$, $df=1,11$, $p<.10$ ）、そしてそれらの交互作用（factor1*factor2）は非有意になっている（ $F=1.333$, $df=1,11$, n.s.）。

表2 被験者内効果の検定

測定変数名: MEASURE_1

ソース		タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
factor1	球面性の仮定	892.688	1	892.688	44.521	0.000
	Greenhouse-Geisser	892.688	1.000	892.688	44.521	0.000
	Huynh-Feldt	892.688	1.000	892.688	44.521	0.000
	下限	892.688	1.000	892.688	44.521	0.000
誤差 (factor1)	球面性の仮定	220.563	11	20.051		
	Greenhouse-Geisser	220.563	11.000	20.051		
	Huynh-Feldt	220.563	11.000	20.051		
	下限	220.563	11.000	20.051		
factor2	球面性の仮定	305.021	1	305.021	3.458	0.090
	Greenhouse-Geisser	305.021	1.000	305.021	3.458	0.090
	Huynh-Feldt	305.021	1.000	305.021	3.458	0.090
	下限	305.021	1.000	305.021	3.458	0.090
誤差 (factor2)	球面性の仮定	970.292	11	88.208		
	Greenhouse-Geisser	970.292	11.000	88.208		
	Huynh-Feldt	970.292	11.000	88.208		
	下限	970.292	11.000	88.208		
factor1 * factor2	球面性の仮定	1.333	1	1.333	0.028	0.871
	Greenhouse-Geisser	1.333	1.000	1.333	0.028	0.871
	Huynh-Feldt	1.333	1.000	1.333	0.028	0.871
	下限	1.333	1.000	1.333	0.028	0.871
誤差 (factor1xfactor2)	球面性の仮定	530.979	11	48.271		
	Greenhouse-Geisser	530.979	11.000	48.271		
	Huynh-Feldt	530.979	11.000	48.271		
	下限	530.979	11.000	48.271		

a. アルファ = .05 を使用して計算された

表3 被験者内対比の検定

測定変数名: MEASURE_1

ソース	factor1	factor2	タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
factor1	線型		892.688	1	892.688	44.521	0.000
誤差 (factor1)	線型		220.563	11	20.051		
factor2		線型	305.021	1	305.021	3.458	0.090
誤差 (factor2)		線型	970.292	11	88.208		
factor1 * factor2	線型	線型	1.333	1	1.333	0.028	0.871
誤差 (factor1xfactor2)	線型	線型	530.979	11	48.271		

a. アルファ = .05 を使用して計算された

b) 三要因 (被験者内1・被験者間2) 反復測定分散分析の場合 (混合モデル: BBW)

ここでは公立および私立の2種類の学校、それぞれの学校で2つずつの学級に4つの教科(国語、算数、英語、理科)のテストを繰り返し実施してその結果を得たと仮定する。これは校種別(2)およびクラス(2)が固定モデルで教科の要因(4)は変量モデルの反復測定分散分析である。従属変数はテスト得点になる(表4)。このデータに対して三要因(被験者内1・被験者間2)反復測定分散分析を行う(佐々木ほか、1997)。

表4 校種別 (A要因: 2)、クラス (B要因: 2)、教科 (C要因: 4) のデータ

	被験者	国語	数学	英語	理科
公立	クラス 1	1	65	80	57
		2	55	70	76
		3	70	67	68
	クラス 2	1	39	74	86
		2	50	66	75
		3	62	90	90
私立	クラス 1	1	64	46	69
		2	72	59	82
		3	83	71	91
	クラス 2	1	48	88	76
		2	69	79	86
		3	56	83	90

i) SPSS-Xまでの手順と結果 (SPSS/PC+⁹⁾による分析)

コマンド部分は次のようになる (データの読み込み部分は省く)。

```
-----
MANOVA T1 TO T4 BY CLASS(1,2), SCHOOL(1,2), SUBJ(1,3)
/WSFACTORS=KYOKA(4)
/WSDESIGN=KYOKA
/ANALYSIS(REPEATED)
/DESIGN=CLASS, SCHOOL, CLASS BY SCHOOL.
-----
```

結果は以下の通り。

```
-----
** ANALYSIS OF VARIANCE -- DESIGN 1 **
```

Tests of Between-Subjects Effects.

Tests of Significance for T1 using UNIQUE sums of squares

Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
RESIDUAL	1108.33	8	138.54		
CONSTANT	247825.02	1	247825.02	1788.81	.000
CLASS	266.02	1	266.02	1.92	.203
SCHOOL	652.69	1	652.69	4.71	.062
CLASS BY SCHOOL	4.69	1	4.69	.03	.859

```
-----
** ANALYSIS OF VARIANCE -- DESIGN 1 **
```

Tests involving 'KYOKA' Within-Subject Effect.

Mauchly sphericity test, W = .92323
 Chi-square approx. = .53692 with 5 D. F.
 Significance = .991
 Greenhouse-Geisser Epsilon = .94745
 Huynh-Feldt Epsilon = -.376545
 Lower-bound Epsilon = .33333

AVERAGED Tests of Significance that follow multivariate tests are equivalent to univariate or split-plot or mixed-model approach to repeated measures. Epsilons may be used to adjust d.f. for the AVERAGED results.

<中略>

```
-----
** ANALYSIS OF VARIANCE -- DESIGN 1 **
```

Tests involving 'KYOKA' Within-Subject Effect.

AVERAGED Tests of Significance for T using UNIQUE sums of squares

Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
RESIDUAL	1455.67	24	60.65		
KYOKA	2086.90	3	695.63	11.47	.000
CLASS BY KYOKA	274.56	3	91.52	1.51	.238
SCHOOL BY KYOKA	1982.23	3	660.74	10.89	.000
CLASS BY SCHOOL BY KYOKA	512.90	3	170.97	2.82	.060

MANOVA手続きによる分析の結果から (Mauchlyの球面性検定は $p=.991$ で非有意)、被験者間要因のうち、校種別 (SCHOOL) の主効果は傾向あり ($F=4.71$, $df=1,8$, $p<.10$.)、学級の主効果 ($F=1.92$, $df=1,8$, n.s.) ならびにそれらの間の交互作用 (学級: CLASS、学級×校種別: CLASS BY SCHOOL) は非有意であった ($F=0.03$, $df=1,8$, n.s.)。一方、被験者内要因 (教科: KYOKA) の主効は有意 ($F=11.47$, $df=3,24$, $p<.001$)、この教科との交互作用 (学級×教科: CLASS BY KYOKA、校種別×教科: SCHOOL BY KYOKA) については、前者が非有意 ($F=1.51$, $df=3,24$, n.s.)、後者は有意 ($F=10.89$, $df=3,24$, $p<.001$)、二次交互作用 (学級×校種別×教科: CLASS BY SCHOOL BY KYOKA) は傾向ありであった ($F=2.82$, $df=3,24$, $p<.10$).

ii) SPSS-XからSPSSに変わってからの手順と結果 (SPSS 28.0の結果)

コマンド部分は次のようになる (データの読み込み部分は省く)。

```
GLM 国語 数学 英語 理科 BY クラス 校種別
/WSFACTOR=factor1 4 Polynomial
/MEASURE=教科
/METHOD=SSTYPE(3)
/POSTHOC=クラス 校種別(BONFERRONI)
/PLOT=PROFILE(factor1*校種別) TYPE=LINE ERRORBAR=NO MEANREFERENCE=NO YAXIS=AUTO
/PRINT=DESCRIPTIVE ETASQ OPOWER HOMOGENEITY
/CRITERIA=ALPHA(.05)
/MSDESIGN=factor1
/DESIGN=クラス 校種別 クラス*校種別.
```

結果は以下の通り。

表5 Mauchlyの球面性検定^a

測定変数名: 教科

被験者内効果	MauchlyのW	近似カイ2乗	自由度	有意確率	ϵ^b		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	下限
factor1	0.923	0.537	5	0.991	0.947	1.000	0.333

正規直交した変換従属変数の誤差共分散行列が単位行列に比例するという帰無仮説を検定します。

a. 計画: 切片 + クラス + 校種別 + クラス * 校種別

被験者計画内: factor1

b. 有意性の平均検定の自由度調整に使用できる可能性があります。修正した検定は、被験者内効果の検定テーブルに表示されます。

表6 被験者内効果の検定

測定変数名: 教科

ソース		タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
factor1	球面性の仮定	2086.896	3	695.632	11.469	0.000
	Greenhouse-Geisser	2086.896	2.842	734.215	11.469	0.000
	Huynh-Feldt	2086.896	3.000	695.632	11.469	0.000
	下限	2086.896	1.000	2086.896	11.469	0.010
factor1 * クラス	球面性の仮定	274.563	3	91.521	1.509	0.238
	Greenhouse-Geisser	274.563	2.842	96.597	1.509	0.240
	Huynh-Feldt	274.563	3.000	91.521	1.509	0.238
	下限	274.563	1.000	274.563	1.509	0.254
factor1 * 校種別	球面性の仮定	1982.229	3	660.743	10.894	0.000
	Greenhouse-Geisser	1982.229	2.842	697.391	10.894	0.000
	Huynh-Feldt	1982.229	3.000	660.743	10.894	0.000
	下限	1982.229	1.000	1982.229	10.894	0.011
factor1 * クラス * 校種別	球面性の仮定	512.896	3	170.965	2.819	0.060
	Greenhouse-Geisser	512.896	2.842	180.448	2.819	0.064
	Huynh-Feldt	512.896	3.000	170.965	2.819	0.060
	下限	512.896	1.000	512.896	2.819	0.132
誤差 (factor1)	球面性の仮定	1455.667	24	60.653		
	Greenhouse-Geisser	1455.667	22.739	64.017		
	Huynh-Feldt	1455.667	24.000	60.653		
	下限	1455.667	8.000	181.958		

a. アルファ = .05 を使用して計算された

表7 被験者間効果の検定

ソース	タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
切片	247825.021	1	247825.021	1788.812	0.000
クラス	266.021	1	266.021	1.920	0.203
校種別	652.688	1	652.688	4.711	0.062
クラス * 校種別	4.687	1	4.687	0.034	0.859
誤差	1108.333	8	138.542		

a. アルファ = .05 を使用して計算された

出力される数値は多く、小数点以下の表記の桁が違っているが、基本的にはMANOVA手順で計算されたものと結果は同じになる（表5～表7）。

c) 三要因（被験者内2・被験者間1）反復測定分散分析の場合（混合モデル：BWW）

2つの学級（クラス1と2）にそれぞれ3つの教科（国語、社会、算数）のテストを繰り返し実施し、それを3学期間行って次の結果を得たと仮定する（佐々木ほか、1997）。これは学級が固定モデルでそれ以外の教科と学期が変量モデルとなる。従属変数はテスト得点になる（表8）。このデータに対して三要因（被験者内2・被験者間1）反復測定分散分析を行う。

表8 学級（A要因：2）、学期（B要因：3）、教科（C要因：3）のデータ

	被験者	1 学期			2 学期			3 学期		
		国語	社会	数学	国語	社会	数学	国語	社会	数学
クラス 1	1	45	74	65	40	66	71	56	60	84
	2	57	82	77	60	67	47	64	60	88
	3	66	81	75	58	81	70	47	57	78
クラス 2	1	80	77	79	83	66	76	79	57	70
	2	62	70	81	66	74	90	75	75	92
	3	55	66	77	59	77	84	60	59	85

i) SPSS-Xまでの手順と結果（SPSS/PC+⁹⁾による分析）

コマンドは以下の通り。

```
-----
MANOVA T11, T12, T13, T21, T22, T23, T31, T32, T33
  BY CLASS(1,2), SUBJ(1,3)
 /WSFACTORS=GAKKI(3), TEST(3)
 /WSDSIGN=GAKKI, TEST, GAKKI BY TEST
 /ANALYSIS(REPEATED)
 /DESIGN=CLASS.
FINISH.
-----
```

結果は次の通り。

```
-----
** ANALYSIS OF VARIANCE -- DESIGN 1 **
```

Tests of Between-Subjects Effects.

Tests of Significance for T1 using UNIQUE sums of squares

Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
RESIDUAL	400.89	4	100.22		
CONSTANT	260416.67	1	260416.67	2598.39	.000
CLASS	726.00	1	726.00	7.24	.055

<中略>

** ANALYSIS OF VARIANCE -- DESIGN 1 **

Tests involving 'GAKKI' Within-Subject Effect.

Mauchly sphericity test, W = .76288
 Chi-square approx. = .81196 with 2 D. F.
 Significance = .666
 <中略>

** ANALYSIS OF VARIANCE -- DESIGN 1 **

Tests involving 'GAKKI' Within-Subject Effect.

AVERAGED Tests of Significance for T using UNIQUE sums of squares

Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
RESIDUAL	846.00	8	105.75		
GAKKI	33.44	2	16.72	.16	.856
CLASS BY GAKKI	230.33	2	115.17	1.09	.382

** ANALYSIS OF VARIANCE -- DESIGN 1 **

Tests involving 'TEST' Within-Subject Effect.

Mauchly sphericity test, W = .03788
 Chi-square approx. = 9.82026 with 2 D. F.
 Significance = .007
 <中略>

** ANALYSIS OF VARIANCE -- DESIGN 1 **

Tests involving 'TEST' Within-Subject Effect.

AVERAGED Tests of Significance for T using UNIQUE sums of squares

Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
RESIDUAL	1060.22	8	132.53		
TEST	2131.44	2	1065.72	8.04	.012
CLASS BY TEST	505.44	2	252.72	1.91	.210

** ANALYSIS OF VARIANCE -- DESIGN 1 **

Tests involving 'GAKKI BY TEST' Within-Subject Effect.

Mauchly sphericity test, W = .01106
 Chi-square approx. = 10.88549 with 9 D. F.
 Significance = .284
 <中略>

** ANALYSIS OF VARIANCE -- DESIGN 1 **

Tests involving 'GAKKI BY TEST' Within-Subject Effect.

AVERAGED Tests of Significance for T using UNIQUE sums of squares

Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
RESIDUAL	507.56	16	31.72		
GAKKI BY TEST	917.78	4	229.44	7.23	.002
CLASS BY GAKKI BY TEST	302.22	4	75.56	2.38	.095

MANOVA手続きによる分析の結果から、学期のMauchlyの球面性検定は $p=.666$ で非有意、教科のMauchlyの球面性検定は $p=.007$ で有意、科目のMauchlyの球面性検定は $p=.284$ で非有意となっている。

そして被験者間要因の学級 (CLASS) の主効果は傾向あり ($F=7.24$, $df=1,4$, $p<.10$)、被験者内要因の学期 (GAKKI) の主効果は非有意 ($F=.16$, $df=2,8$, $n.s.$)、学級と学期の交互作用 (CLASS BY GAKKI) も非有意 ($F=1.09$, $df=2,8$, $n.s.$)、教科 (TEST) の主効果は有意 ($F=8.04$, $df=2,8$, $p<.05$)、学級と学期の交互作用 (CLASS BY TEST) は非有意 ($F=1.91$, $df=2,8$, $n.s.$)、学期と教科の交互作用 (GAKKI BY TEST) は有意 ($F=7.23$, $df=4,16$, $p<.01$)、学級と学期と教科の二次交互作用 (CLASS BY GAKKI BY TEST) は傾向あり

($F=2.38$, $df=4,16$, $p<.10$) となった。

ii) SPSS-XからSPSSに変わってからの手順と結果 (SPSS 28.0の結果)

ここからは、GLMコマンドを使って求めるようになっている。コマンドは以下の通り。

```
GLM 国語1 社会1 数学1 国語2 社会2 数学2 国語3 社会3 数学3 BY クラス
  /WSFACTOR=factor1 3 Polynomial factor2 3 Polynomial
  /METHOD=SSTYPE(3)
  /POSTHOC=クラス(BONFERRONI T2)
  /PLOT=PROFILE(factor1*factor2*クラス) TYPE=LINE ERRORBAR=NO MEANREFERENCE=NO YAXIS=AUTO
  /PRINT=DESCRIPTIVE ETASQ OPOWER HOMOGENEITY
  /CRITERIA=ALPHA(.05)
  /WSDSIGN=factor1 factor2 factor1*factor2
  /DESIGN=クラス.
```

結果は次の通り。これらは小数点以下の桁数が違っているが、結果については前述のものと同一である(表9～表12)。

表9 Mauchlyの球面性検定^a

測定変数名: MEASURE_1

被験者内効果	MauchlyのW	近似カイ2乗	自由度	有意確率	ϵ^b		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	下限
factor1	0.763	0.812	2	0.666	0.808	1.000	0.500
factor2	0.038	9.820	2	0.007	0.510	0.690	0.500
factor1 * factor2	0.011	10.885	9	0.391	0.486	1.000	0.250

正規直交した変換従属変数の誤差共分散行列が単位行列に比例するという帰無仮説を検定します。

a. 計画: 切片 + クラス

被験者計画内: factor1 + factor2 + factor1 * factor2

b. 有意性の平均検定の自由度調整に使用できる可能性があります。修正した検定は、被験者内効果の検定テーブルに表示されます。

この結果より、Mauchlyの球面性検定がfactor2 (教科) のみ有意であるため ($p=0.007$)、分析結果は自由度を調整しているGreenhouse-Geisser以降を採用し、それ以外のfactor1 (学期) およびfactor1 * factor2 の交互作用は「球面性の仮定」の検定結果を採用する。

表10 被験者内効果の検定

測定変数名: MEASURE_1

ソース		タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率
factor1	球面性の仮定	33.444	2	16.722	0.158	0.856
	Greenhouse-Geisser	33.444	1.617	20.687	0.158	0.815
	Huynh-Feldt	33.444	2.000	16.722	0.158	0.856
	下限	33.444	1.000	33.444	0.158	0.711
factor1 * クラス	球面性の仮定	230.333	2	115.167	1.089	0.382
	Greenhouse-Geisser	230.333	1.617	142.475	1.089	0.375
	Huynh-Feldt	230.333	2.000	115.167	1.089	0.382
	下限	230.333	1.000	230.333	1.089	0.356
誤差 (factor1)	球面性の仮定	846.000	8	105.750		
	Greenhouse-Geisser	846.000	6.467	130.825		
	Huynh-Feldt	846.000	8.000	105.750		
	下限	846.000	4.000	211.500		
factor2	球面性の仮定	2131.444	2	1065.722	8.042	0.012
	Greenhouse-Geisser	2131.444	1.019	2091.078	8.042	0.046
	Huynh-Feldt	2131.444	1.381	1543.601	8.042	0.028
	下限	2131.444	1.000	2131.444	8.042	0.047
factor2 * クラス	球面性の仮定	505.444	2	252.722	1.907	0.210
	Greenhouse-Geisser	505.444	1.019	495.872	1.907	0.239
	Huynh-Feldt	505.444	1.381	366.045	1.907	0.229
	下限	505.444	1.000	505.444	1.907	0.239
誤差 (factor2)	球面性の仮定	1060.222	8	132.528		
	Greenhouse-Geisser	1060.222	4.077	260.036		
	Huynh-Feldt	1060.222	5.523	191.954		
	下限	1060.222	4.000	265.056		
factor1 * factor2	球面性の仮定	917.778	4	229.444	7.233	0.002
	Greenhouse-Geisser	917.778	1.942	472.588	7.233	0.017
	Huynh-Feldt	917.778	4.000	229.444	7.233	0.002
	下限	917.778	1.000	917.778	7.233	0.055
factor1 * factor2 * クラス	球面性の仮定	302.222	4	75.556	2.382	0.095
	Greenhouse-Geisser	302.222	1.942	155.622	2.382	0.157
	Huynh-Feldt	302.222	4.000	75.556	2.382	0.095
	下限	302.222	1.000	302.222	2.382	0.198
誤差 (factor1xfactor2)	球面性の仮定	507.556	16	31.722		
	Greenhouse-Geisser	507.556	7.768	65.338		
	Huynh-Feldt	507.556	16.000	31.722		
	下限	507.556	4.000	126.889		

a. アルファ = .05 を使用して計算された

表11 被験者内対比の検定

測定変数名:		MEASURE_1					
ソース		タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率	
factor1	線型	14.694	1	14.694	0.104	0.763	
	2次	18.750	1	18.750	0.265	0.634	
factor1 * クラス	線型	30.250	1	30.250	0.215	0.667	
	2次	200.083	1	200.083	2.830	0.168	
誤差 (factor1)	線型	563.222	4	140.806			
	2次	282.778	4	70.694			
factor2	線型	2131.361	1	2131.361	8.785	0.041	
	2次	0.083	1	0.083	0.004	0.954	
factor2 * クラス	線型	61.361	1	61.361	0.253	0.641	
	2次	444.083	1	444.083	19.786	0.011	
誤差 (factor2)	線型	970.444	4	242.611			
	2次	89.778	4	22.444			
factor1 * factor2	線型	線型	30.375	1	30.375	2.031	0.227
		2次	690.681	1	690.681	49.091	0.002
	2次	線型	51.681	1	51.681	0.661	0.462
		2次	145.042	1	145.042	7.370	0.053
factor1 * factor2 * クラス	線型	線型	70.042	1	70.042	4.682	0.096
		2次	91.125	1	91.125	6.477	0.064
	2次	線型	95.681	1	95.681	1.224	0.331
		2次	45.375	1	45.375	2.306	0.204
誤差 (factor1xfactor2)	線型	線型	59.833	4	14.958		
		2次	56.278	4	14.069		
	2次	線型	312.722	4	78.181		
		2次	78.722	4	19.681		

a. アルファ = .05 を使用して計算された

表12 被験者間効果の検定

測定変数名:		MEASURE_1				
変換変数:		平均				
ソース	タイプ III 平方和	自由度	平均平方	F 値	有意確率	
切片	260416.667	1	260416.667	2598.392	0.000	
クラス	726.000	1	726.000	7.244	0.055	
誤差	400.889	4	100.222			

a. アルファ = .05 を使用して計算された

まとめと今後について

今回は二要因がすべて変量モデルの分散分析、三要因の混合モデル分散分析を扱った。分散分析モデルとGLMモデルはすでに触れているように誤差を含めるか否かが数式的に違いがあるだけであり、当たり前のことではあるがMANOVA手続きとGLM手続きによる分析結果は同一である。SPSSのコマンド上ではオプションが増えているだけであり、要因の指定方法は同じである。実際にSPSS 16.0以降ではコマンドシンタックス上でMANOVAのコマンドを入力して実行すると同じ結果が出るようになっており、互換性が保たれている。今後は今回扱えなかったR言語による同等の分析結果をまとめたい。

ところで今回まで扱ってきた分散分析のモデルについては、セル内のデータ数の不一致や欠損値が存在するなど実験計画によっては（repeated measurementも含めて）この枠組みでの計算が難しいことがあり、今後その場合には線形混合モデルを用いて分析を行うようになっていくと考えられる。¹⁴⁾ もっともそ

うなると仮説検定における明確な指標が出ないこともあり、¹⁵⁾まだしばらくは分散分析が実験計画法と組になって用いられることになるだろう。

今後は共分散分析や重回帰分析について同様の考察を進めていきたい。

謝辞

本研究は、平成24年度和洋女子大学一般研究奨励費 (GLM (General Linear Model) によるパラメトリック的統計解析方法の統一的理解 3—SPSSならびにR言語を用いた数値的な理解とその互換性—)、平成25年度和洋女子大学一般研究奨励費 (GLM (General Linear Model) によるパラメトリック的統計解析方法の統一的理解 4—SPSSならびにR言語を用いた数値的な理解とその互換性—)、平成26年度和洋女子大学一般研究奨励費 (GLM (General Linear Model) によるパラメトリック的統計解析方法の統一的理解 5—SPSSならびにR言語を用いた数値的な理解とその互換性—) の助成を受けた。

註

- 1) WSFACORSの変数名は変数名に重ならなければ任意に付けてよい。カッコ内の数値は繰り返しの水準数を示す。WSESGINは分散分析の要因を明記する。詳細は垂水ほか (1990) および佐々木ほか (1997) を参照のこと。以下、MANOVA手続きについても同様。

参考文献

- 1) 高梨一彦 (2017) GLM (General Linear Model) によるパラメトリック的統計解析の統一的理解 (1) 和洋女子大学紀要 第57集 Pp.97-105.
- 2) 高梨一彦 (2018) GLM (General Linear Model) によるパラメトリック的統計解析の統一的理解 (2) 和洋女子大学紀要 第58集 Pp.87-98.
- 3) Andrew Rutherford (2001) Introducing Anova and Ancova (Introducing Statistical Methods series) SAGE Publications.
- 4) Winer, B. J.(1991) Statistical Principles in Experimental Design (Mcgraw-Hill Series in Psychology) 3rd edition. New York: McGraw-Hill.
- 5) SPSS-X user's guide 3rd edition. SPSS inc, 1988.
- 6) 佐々木保行・久米弘・高梨一彦・竹内史宗 (1997) 改訂版 心理・教育統計法—卒論・修論作成のために— 高文堂出版
- 7) 佐々木保行監修、久米弘・高梨一彦 (1993) 実務的SPSSによる多変量解析法 高文堂出版
- 8) 三宅一郎・山本嘉一郎・白倉幸男・垂水共之・小野寺孝義 (1991) 新版SPSS X III解析編2 東洋経済新報社
- 9) 垂水共之・西脇二一・石田千代子・小野寺孝義 (1990) 新版SPSS X II解析編1 東洋経済新報社
- 10) SPSS/PC+ V3.0J Base Manual V2.0 SPSS Japan Inc, 1989.
- 11) Mauchlyの球面性検定 (<https://bellcurve.jp/statistics/glossary/2194.html> 2022年9月1日閲覧)
- 12) 井関龍太, "ANOVA君." <http://riseki.php.xdomain.jp/index.php?ANOVA%E5%90%9B>
- 13) 第2章 反復測定分散分析 (www.chino-asymmetry.com/anova/chapter2/sec2-1-1.html 2022年9月1日閲覧)
- 14) 第2回 線形混合モデル (<http://blue.zero.jp/yokumura/Rhtml/session02.html> 2022年9月1日閲覧)
- 15) 混合モデルを使って反復測定分散分析をする (<https://www.slideshare.net/masarutokuoka/ss-42957963> 2022年9月1日閲覧)

高梨 一彦 (和洋女子大学 人文学部 心理学科 教授)

(2022年11月15日受理)