【報　告】

GLM（General Linear Model）による
パラメトリック的統計解析の統一的理解（4）

髙梨一彦

Parametorical understanding through GLM(4)

TAKANASHI Kazuhiko

要旨

パラメトリックな多変量の統計解析において用いられている重回帰分析や分散分析法等は、基本的な解析方法であると同時にコンピュータの利用が必須である。これらの方法は、従来、それぞれ別個の手法と考えられて教育上もそのように扱われてきている。しかしながら近年は理論的な枠組みも統一的かつ一般的になってきて、これらの方法をより一般性の高いものから考察しようという動きがある。それがGLM（General Linear Model；一般線型モデル）である。本研究では、GLMの理論的な枠組みから反復測定分散分析（Repeated measurement ANOVA）をとらえ、前報で触れられなかった統計パッケージソフト（R言語）による分析手順とその結果を示した。

キーワード：反復測定分散分析（Repeated measurement ANOVA）、一般線型モデル（General Linear Model）、R言語（GNU R）

はじめに

これまで髙梨（2017）[1]、（2018）[2]、（2023）[3] はGLMの枠組みから分散分析をまとめてきているが、今回も変量モデルの二要因分散分析、混合モデルの三要因分散分析（被験者内１・被験者間２および被験者内２・被験者間１）に関してR言語での分析を扱うことにする。

（1）分散分析（ANOVA；Analysis of Variance）のモデル

二要因（被験者内1・被験者間1）反復測定分散分析のモデルは、以下のような数式で表される。[4]

$$\mathrm{E}(\mathrm{Y}_{ijk}) = \mu + \pi_{i(j)} + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk}$$

そして同じ二要因で被験者内のみの反復測定分散分析のモデルは、以下のような数式で表される。[2]

$$\mathrm{E}(\mathrm{Y}_{jk}) = \mu + \pi_i + \alpha_j + \beta_k + (\pi\alpha)_{ij} + (\pi\beta)_{ik} + (\alpha\beta)_{jk}$$

ここでEは期待値、μおよびπは上記と同様、αはA要因の実験条の効果、βはB要因の実験条件の効果、（$\pi\alpha$）および（$\pi\beta$）については異なる被験者の測定値すべてに作用する一貫性を持たない効果、（$\alpha\beta$）

和洋女子大学 人文学部 心理学科

は交互作用である。

(2) 一般線型モデルにおける被験者内二要因の反復測定分散分析（Repeated measurement ANOVA）について

今回扱う三要因分散分析（被験者内１・被験者間２）の反復測定分散分析のモデルは、次のように表される。[4]

$$\mathrm{E}(\mathrm{Y}_{jklm})=\mu+\alpha_j+\beta_k+(\alpha\beta)_{ij}+\pi_{l(ij)}+\gamma_k+(\alpha\gamma)_{ik}+(\beta\gamma)_{jk}+(\alpha\beta\gamma)_{ikl}+(\gamma\pi)_{kl(ij)}$$

さらにGLMでこれは以下のような数式で表される。[2) 4)]

$$\mathrm{E}(\mathrm{Y}_{ijkl})=\mu+\alpha_i+\beta_j+(\alpha\beta)_{ij}+\pi_{l(ij)}+\gamma_k+(\alpha\gamma)_{ik}+(\beta\gamma)_{jk}+(\alpha\beta\gamma)_{ikl}+(\gamma\pi)_{kl(ij)}+\varepsilon_{ijkl}$$

Yは予測したい変数、μは母数で実験による要因の効果に左右されない値、πは被験者に関するランダムな要因の効果、α・β・γは実験条件（β被験者内要因）、$\alpha\beta$・$\alpha\gamma$・$\beta\gamma$についてはそれらの交互作用効果、$\alpha\beta\gamma$は二次交互作用、εは誤差である。

またもう一つの三要因反復測定分散分析（被験者内１・被験者間２）は次のように表される。[4]

$$\mathrm{E}(\mathrm{Y}_{ijkl})=\mu+\alpha_i+\pi\beta_j+\pi\gamma_k+\pi_{l(jk)}+(\pi\alpha\beta)_{l(ij)}+(\pi\alpha\gamma)_{l(ik)}+(\pi\beta\gamma)_{l(jk)}+(\pi\alpha\beta\gamma)_{l(ijk)}$$

Yは予測したい変数、μは母数で実験による要因の効果に左右されない値、πは被験者に関するランダムな要因の効果、α・β・γは実験条件（βとγは被験者内要因）、$\alpha\beta$・$\alpha\gamma$・$\beta\gamma$についてはそれらの交互作用効果、$\alpha\beta\gamma$は二次交互作用、εは誤差である。

一般線型モデルでは二要因（被験者内２・被験者間１）反復測定分散分析のモデルは次のように表される。[2) 4)]

$$\mathrm{Y}_{ijkl}=\mu+\alpha_i+\pi\beta_j+\pi\gamma_k+\pi_{l(jk)}+(\pi\alpha\beta)_{l(ij)}+(\pi\alpha\gamma)_{l(ik)}+(\pi\beta\gamma)_{l(jk)}+(\pi\alpha\beta\gamma)_{l(ijk)}+\varepsilon_{ijkl}$$

すでに記しているようにANOVAモデルとGLMの違いは数式の最後にあるε（誤差）の有無だけである。

(3) 統計パッケージソフト（R言語）による分散分析について

数式的な展開が明らかになったところで二要因反復測定分散分析ならびに三要因（被験者内２・被験者間１）反復測定分散分析がパッケージソフト（R言語）でどのように分析手順が行われているのかについてGLMとの関連で述べる。用いるデータについては、佐々木ほか（1997）[5]の分散分析の例ならびに前報[3]で用いた錯視データを利用する。

a）二要因反復測定分散分析の場合（変量モデル：WW）

錯視図形を単眼と両眼さらに明室と暗室の２条件それぞれに関して12名の被験者が順番をランダムにした上で錯視量を測定したという仮定である（この他に上昇系列と下降系列の条件があるがそれらは要因とせずにまとめて錯視量を求めた）。２つの要因に関して12名の被験者が４回にわたり反復測定されているため、変量モデルのみの被験者内２要因（WW）となる。従属変数は錯視量である（表１）。

表１　錯視データ（明室と暗室、両眼と単眼、単位はmm）

参加者	明室・両眼	明室・単眼	暗室・両眼	暗室・単眼
1	68.25	68.25	68.00	50.00
2	85.75	62.25	72.75	58.25
3	89.75	84.25	86.50	74.25
4	83.00	86.50	79.50	82.25
5	82.50	74.50	73.75	58.00
6	77.50	69.00	74.00	66.25
7	80.50	71.50	71.25	56.50
8	82.25	76.75	77.00	76.75
9	81.50	82.00	70.25	63.00
10	107.25	84.75	83.25	84.00
11	93.00	87.50	65.50	88.50
12	68.25	87.75	70.25	77.75

データの入力部分を除く分析手続きは次の通り[1]（br_drk要因：明室・暗室条件、bi_si要因：両眼・単眼条件）。

```
-----
# 2要因とも repeated measurement の分散分析
# 井関（http://riseki.php.xdomain.jp/index.php?ANOVA君）の anovakun を用いる
anovakun(data,"sAB",2,2,long=T, mau=T, peta=T)
-----
```

結果は次の通り。

```
-----

<< SPHERICITY INDICES >>

== Mauchly's Sphericity Test and Epsilons ==

--------------------------------------------------------------------------------
        Effect      W  approx.Chi  df      p         LB     GG     HF     CM
--------------------------------------------------------------------------------
        Global 0.5338      6.1033   5 0.2984 ns  0.3333 0.7537 0.9586 0.8719
        br_drk 1.0000     -0.0000   0            1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
         bi_si 1.0000      0.0000   0            1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
br_drk x bi_si 1.0000      0.0000   0            1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
--------------------------------------------------------------------------------


<< ANOVA TABLE >>

----------------------------------------------------------------------------
            Source        SS  df       MS  F-ratio  p-value      p.eta^2
----------------------------------------------------------------------------
                 s 2494.2917  11 226.7538
----------------------------------------------------------------------------
            br_drk  892.6875   1 892.6875  44.5205   0.0000 ***   0.8019
        s x br_drk  220.5625  11  20.0511
```

```
----------------------------------------------------------------------
           bi_si  305.0208   1 305.0208   3.4580   0.0899 +     0.2392
       s x bi_si  970.2917  11  88.2083
----------------------------------------------------------------------
    br_drk x bi_si    1.3333   1   1.3333   0.0276   0.8710 ns    0.0025
s x br_drk x bi_si  530.9792  11  48.2708
----------------------------------------------------------------------
           Total 5415.1667  47 115.2163
                              +p < .10, *p < .05, **p < .01, ***p < .001

-----
```

同様のことは例えばrstatixパッケージ[7) 8)]を用いることで計算が出来る。効果量として一般化 η^2がデフォルトで出力される（ges)。[9)]

```
-----
> # repeated measurementのANOVA (anova_testによる)
> res.aov <- anova_test(
+   data = data, dv = illusion, wid = id,
+   within = c(br_drk, bi_si)
+   )
> get_anova_table(res.aov)
ANOVA Table (type III tests)

        Effect DFn DFd      F        p p<.05      ges
1       br_drk   1  11 44.521 0.000035     * 0.175000
2        bi_si   1  11  3.458 0.090000       0.067000
3 br_drk:bi_si   1  11  0.028 0.871000       0.000316
-----
```

結果は前報[3)]の表２と同様になる。ここでMauchlyの球面性検定[10)]（Mauchly's Sphericity Test and Epsilons）の値がすべての要因で1.0000になっているのは、この検定が必要な被験者内水準数が３であるためであり、水準数２の場合には球面性が成り立つために1.0000となる。[11)12)] そして明室・暗室条件の主効果（A、br_drk）は有意であり（F=44.5205, df=1,11, p<.001)、両眼・単眼条件の主効果（B、bi_si）は傾向あり（F=3.4580, df=1,11, p<.10）となり、そしてそれらの交互作用（A×B、br_drk:bi_si）は非有意になっている（F=1.3333, df=1,11, n.s.)。

b）三要因分散分析の場合（混合モデル：BBW）

このデータでは公立および私立の２種類の学校、それぞれの学校で２つずつの学級に４つの教科（国語、数学、英語、理科）のテストを繰り返し実施してその結果を得たと仮定する。これは校種別（Aで水準数は２）およびクラス（Bで水準数２）が固定モデルで教科の要因（Cで水準数４）は変量モデルの反復測定分散分析である。従属変数はテスト得点になる（表２）。このデータに対して三要因（被験者内１・被験者間２）反復測定分散分析を行う（佐々木ほか、1997)。[5)]

表２　校種別（A要因：2）、クラス（B要因：2）、教科（C要因：4）のデータ

		被験者	国語	数学	英語	理科
公立	クラス 1	1	65	80	57	60
		2	55	70	76	63
		3	70	67	68	55
	クラス 2	1	39	74	86	81
		2	50	66	75	77
		3	62	90	90	92
私立	クラス 1	1	64	46	69	71
		2	72	59	82	80
		3	83	71	91	62
	クラス 2	1	48	88	76	90
		2	69	79	86	87
		3	56	83	90	79

データの入力部分を除く分析手続きは以下の通り（被験者間要因school：校種別、被験者間要因class：学級、被験者内要因kyoka：教科）。

```
-----
# anovakun で分散分析を行う
# mauchly の球面性の検定を行う（mau=T）
anovakun(dat, ”ABsC”, 2,2,4, long=T, mau=T, geta=T)
-----
```

結果は次の通り。

```
-----
<< SPHERICITY INDICES >>

== Mauchly's Sphericity Test and Epsilons ==

-------------------------------------------------------------------------
 Effect      W  approx.Chi  df       p          LB     GG     HF     CM
-------------------------------------------------------------------------
  kyoka 0.9232      0.5369   5 0.9908 ns  0.3333 0.9475 1.5240 1.2727
-------------------------------------------------------------------------
                              LB = lower.bound, GG = Greenhouse-Geisser
                             HF = Huynh-Feldt-Lecoutre, CM = Chi-Muller


<< ANOVA TABLE >>

----------------------------------------------------------------------------------
                     Source        SS  df        MS  F-ratio  p-value      G.eta^2
----------------------------------------------------------------------------------
                      class  266.0208   1  266.0208   1.9202   0.2032 ns    0.0940
                     school  652.6875   1  652.6875   4.7111   0.0618 +     0.2029
             class x school    4.6875   1    4.6875   0.0338   0.8586 ns    0.0018
         s x class x school 1108.3333   8  138.5417
----------------------------------------------------------------------------------
                      kyoka 2086.8958   3  695.6319  11.4691   0.0001 ***   0.4487
              class x kyoka  274.5625   3   91.5208   1.5089   0.2376 ns    0.0967
             school x kyoka 1982.2292   3  660.7431  10.8939   0.0001 ***   0.4360
     class x school x kyoka  512.8958   3  170.9653   2.8188   0.0605 +     0.1667
 s x class x school x kyoka 1455.6667  24   60.6528
----------------------------------------------------------------------------------
                      Total 8343.9792  47  177.5315
                                       +p < .10, *p < .05, **p < .01, ***p < .00
```

```
<< POST ANALYSES >>

＜以下略＞
-----
```

同様のデータをrstatixパッケージ[7)8)]で求めてみると次の通り。一般化η^2を含めて上記と同様の結果が求められる。

```
-----
> # repeated measurement の ANOVA (anova_test による)
> res.aov <- anova_test(
+   data = dat, dv = result, wid = id,
+   within = c(kyoka), between=c(class, school),
+   effect.size="ges",
+   detailed=FALSE
+   )
> get_anova_table(res.aov)
ANOVA Table (type II tests)

              Effect DFn DFd      F        p p<.05   ges
1              class   1   8  1.920 2.03e-01       0.094
2             school   1   8  4.711 6.20e-02       0.203
3              kyoka   3  24 11.469 7.35e-05     * 0.449
4       class:school   1   8  0.034 8.59e-01       0.002
5        class:kyoka   3  24  1.509 2.38e-01       0.097
6       school:kyoka   3  24 10.894 1.04e-04     * 0.436
7 class:school:kyoka   3  24  2.819 6.00e-02       0.167
-----
```

小数点以下の表記の違いはあるが、Mauchlyの球面性検定の値および分散分析結果は、それぞれ前報[3)]のSPSSの結果と同じになる。すなわち、Mauchlyの球面性検定は確率が.9908で非有意、被験者間要因のうち、校種別（A、school）の主効果は非有意（F=1.9202, df=1,8, n.s.）、学級（B、class）の主効果は効果あり（F=4.7111, df=1,8, p<.10）、それらの間の交互作用（校種別×学級：A×B、class:school）は非有意であった（F=0.0338, df=1,8, n.s.）。一方、被験者内要因（教科:C、kyoka）の主効果は有意（F=11.4691, df=3,24, p<.001）、この教科との交互作用（校種別×教科：A×C；school:Kyoka、学級×教科：B×C；class:kyoka）については、前者が非有意（F=1.5089, df=3,24, n.s.）、後者は有意（F=10.8939, df=3,24, p<.001）、二次交互作用（学級×校種別×教科：A×B×C；class:school:kyoka）は傾向ありであった（F=2.8188, df=3,24, p<.10）。

c）三要因分散分析の場合（混合モデル：BWW）

２つの学級（クラス１と２）にそれぞれ３つの教科（国語、社会、数学）のテストを繰り返し実施し、それを３学期間行って次の結果を得たと仮定する（佐々木ほか、1997）。[5)] これは学級が固定モデルでそれ以外の教科と学期の２つの要因が変量モデルとなる。従属変数はテスト得点になる（表３）。このデータに対して三要因（被験者内２・被験者間１）反復測定分散分析を行う。

表３　学級（A要因：２）、学期（B要因：３）、教科（C要因：３）のデータ

		1 学期			2 学期			3 学期		
	被験者	国語	社会	数学	国語	社会	数学	国語	社会	数学
クラス 1	1	45	74	65	40	66	71	56	60	84
	2	57	82	77	60	67	47	64	60	88
	3	66	81	75	58	81	70	47	57	78
クラス 2	1	80	77	79	83	66	76	79	57	70
	2	62	70	81	66	74	90	75	75	92
	3	55	66	77	59	77	84	60	59	85

データの入力部分を除く分析手続きは以下の通り（被験者間要因classは学級、被験者内要因gakkiは学期、そしてもう一つの被験者内要因kyokaは教科と表記している）。

```
-----
# anovakun で分散分析を行う
# mauchly の球面性の検定を行う（mau=T）
anovakun(dat, "AsBC", 2,3,3, long=T, mau=T, geta=T)
-----
```

結果は次の通り。

```
-----
<< SPHERICITY INDICES >>

== Mauchly's Sphericity Test and Epsilons ==
*** CAUTION! The test of SPHERICITY is INVALID because of small sample size. ***
*** The minimum sample size for valid computation is N = 9 at each group. ***

-------------------------------------------------------------------------------
       Effect      W  approx.Chi  df       p         LB     GG     HF     CM
-------------------------------------------------------------------------------
       Global     NA          NA  35               0.1250 0.2680 0.5874 0.2538
        gakki 0.7629      0.8120   2 0.6663 ns  0.5000 0.8083 1.2762 0.5515
        kyoka 0.0379      9.8203   2 0.0074 **  0.5000 0.5097 0.5194 0.5000
gakki x kyoka     NA          NA   9               0.2500 0.4855 0.9366 0.4047
-------------------------------------------------------------------------------
                                   LB = lower.bound, GG = Greenhouse-Geisser

<< ANOVA TABLE >>

-------------------------------------------------------------------------------------
                   Source        SS  df        MS  F-ratio  p-value      G.eta^2
-------------------------------------------------------------------------------------
                    class  726.0000   1  726.0000   7.2439   0.0546 +     0.2050
                s x class  400.8889   4  100.2222
-------------------------------------------------------------------------------------
                    gakki   33.4444   2   16.7222   0.1581   0.8563 ns    0.0117
            class x gakki  230.3333   2  115.1667   1.0890   0.3817 ns    0.0756
        s x class x gakki  846.0000   8  105.7500
-------------------------------------------------------------------------------------
                    kyoka 2131.4444   2 1065.7222   8.0415   0.0122 *     0.4309
            class x kyoka  505.4444   2  252.7222   1.9069   0.2103 ns    0.1522
        s x class x kyoka 1060.2222   8  132.5278
-------------------------------------------------------------------------------------
            gakki x kyoka  917.7778   4  229.4444   7.2329   0.0016 **    0.2459
    class x gakki x kyoka  302.2222   4   75.5556   2.3818   0.0949 +     0.0970
s x class x gakki x kyoka  507.5556  16   31.7222
-------------------------------------------------------------------------------------
                    Total 7661.3333  53  144.5535
                                    +p < .10, *p < .05, **p < .01, ***p < .001
```

```
<< POST ANALYSES >>

＜以下略＞
-----
```

同様のデータについてrstatixパッケージ[7)]を使って分析すると上記の結果とほぼ同様の結果が得られる。

```
-----
> # repeated measurement の ANOVA (anova_test による)
> res.aov <- anova_test(
+   data = dat, dv = score, wid = id,
+   within = c(kyoka, gakki),
+   between = c(class),
+   effect.size="ges",
+   detailed=FALSE
+   )

＜中略＞

> get_anova_table(res.aov)
ANOVA Table (type II tests)

             Effect  DFn   DFd     F     p p<.05   ges
1             class 1.00  4.00 7.244 0.055       0.205
2             kyoka 1.02  4.08 8.042 0.046     * 0.431
3             gakki 2.00  8.00 0.158 0.856       0.012
4       class:kyoka 1.02  4.08 1.907 0.239       0.152
5       class:gakki 2.00  8.00 1.089 0.382       0.076
6       kyoka:gakki 4.00 16.00 7.233 0.002     * 0.246
7 class:kyoka:gakki 4.00 16.00 2.382 0.095       0.097
-----
```

Mauchlyの球面性検定の値のうち、学期（gakki）×教科（kyoka）の値に違いはあるが（前報[3)]の表９）、それ以外で小数点以下に違いはあるものの、分散分析結果は同一である（前報[3)]の表10および表11）。学期（gakki）のMauchlyの球面性検定は確率が.6663で非有意、教科（kyoka）のMauchlyの球面性検定の確率は.0074で有意となっている。学期（gakki）×教科（kyoka）のMauchlyの球面性検定の確率が出力されていないのは、anovakunのprocedureでの計算上、最低でも各群のNが９以上必要なので計算結果は出力されていない。[2]

そして被験者間要因の学級（class）の主効果は傾向あり（F=7.2439, df=1,4, p<.10）、被験者内要因の学期（gakki）の主効果は非有意（F=.1581, df=2,8, n.s.）、学級（class）と学期（gakki）の交互作用（A×B、class:gakki）も非有意（F=1.0890, df=2,8, n.s.）、教科（kyoka）の主効果は有意（F=8.0415, df=2,8, p<.05）、学級（class）と教科（kyoka）の交互作用（class×kyoka、class:kyoka）は非有意（F=1.9069, df=2,8, n.s.）、学期（gakki）と教科（kyoka）の交互作用（kyoka:gakki、kyoka:gakki）は有意（F=7.2329, df=4,16, p<.01）、学級（class）と学期（gakki）と教科（kyoka）の二次交互作用（class:kyoka:gakki、class:kyoka:gakki）は傾向あり（F=2.3818, df=4,16, p<.10）となった。

まとめと今後について

今回は二要因がすべて変量モデルの分散分析、すなわち三要因の混合モデル分散分析を扱った（BBWおよびBWW）。分散分析モデルとGLMモデルはすでに触れているように誤差を含めるか否かで数式的に違いがあるだけであり、R言語は自由度が高い（プロシージャの作成が基本の）ため、適切な関数パッケージやprocedure（今回扱った井関のanovakunやrstatixパッケージなど）があれば結果の妥当性を確認した

上でそれを用いる方がよいだろう。

ところで今回まで扱ってきた分散分析のモデルについては、セル内のデータ数の不一致や欠損値が存在するなど実験計画によっては（repeated measurementも含めて）この枠組みでの計算が難しいことがあり、今後その場合には線形混合モデルを用いて分析を行うことになっていくと考えられる。[13] もっともそうなると仮説検定における明確な指標が出ないため、[14] まだしばらくは分散分析が実験計画法と組になって用いられると思われる。

今後は共分散分析や重回帰分析について同様の考察を進めていきたい。

謝辞

本研究は、平成24年度和洋女子大学一般研究奨励費（GLM（General Linear Model）によるパラメトリック的統計解析方法の統一的理解３—SPSSならびにR言語を用いた数値的な理解とその互換性—）、平成25年度和洋女子大学一般研究奨励費（GLM（General Linear Model）によるパラメトリック的統計解析方法の統一的理解４—SPSSならびにR言語を用いた数値的な理解とその互換性—）、平成26年度和洋女子大学研究一般奨励費（GLM（General Linear Model）によるパラメトリック的統計解析方法の統一的理解５—SPSSならびにR言語を用いた数値的な理解とその互換性—）の助成を受けた。

註

1 井関（2023）[6] によるanovakun手続きを読み込ませておけば複雑なモデルでも対応可能で球面性の検定や多重比較も行うことが可能である。以下の例では一般化 η^2を求める指定をしている（geta=T）。

2 前報[3] のSPSSの結果では計算されて値は求められているが（その値は0.011）、井関のanovakunではW統計量が極端に小さいため、エラーが出ている（log(eps.Lambda)で NaNs produced 計算結果が NaN になりました）。この例では求めることが出来てもその値は小さいので、球面性の検定は非有意となり、参考程度と考える方がよいかもしれない。

参考文献

1） 高梨一彦（2017）GLM（General Linear Model）によるパラメトリック的統計解析の統一的理解（1） 和洋女子大学紀要 第57集 Pp.97－105.
2） 高梨一彦（2018）GLM（General Linear Model）によるパラメトリック的統計解析の統一的理解（2） 和洋女子大学紀要 第58集 Pp.87－98.
3） 高梨一彦（2023） GLM（General Linear Model）によるパラメトリック的統計解析の統一的理解（3） 和洋女子大学紀要 第64集 Pp.233－245.
4） Andrew Rutherford (2001) Introducing Anova and Ancova (Introducing Statistical Methods series) SAGE Publications.
5） 佐々木保行・久米弘・高梨一彦・竹内史宗（1997） 改訂版 心理・教育統計法－卒論・修論作成のために－ 高文堂出版
6） 井関龍太，“ANOVA君.”（http://riseki.php.xdomain.jp/index.php?ANOVA%E5%90%9B 2022年９月１日閲覧）
7） Package ‘rstatix’（https://cran.r-project.org/web/packages/rstatix/rstatix.pdf, 2023年９月２日）
8） rstatix（https://rpkgs.datanovia.com/rstatix/ 2023年９月２日）
9） 井口豊，“効果量 偏イータ二乗と一般化イータ二乗を比較：反復測定分散分析” (https://biolab.sakura.ne.jp/partial-generalized-eta-effect-size.html 2023年９月３日閲覧)
10） Mauchlyの球面性検定（https://bellcurve.jp/statistics/glossary/2194.html 2023年９月１日閲覧）
11） IBM Support,“球面性検定で有意確率が算出されません” https://www.ibm.com/support/pages/%E7%90%83%E9%9D%A2%E6%80%A7%E6%A4%9C%E5%AE%9A%E3%81%A7%E6%9C%89%E6%84%8F%E7%A2%BA%E7%8E%87%E3%81%8C%E7%AE%97%E5%87%BA%E3%81%95%E3%82%8C%E3%81%BE%E3%81%9B%E3%82%93
12） 井関龍太，“ANOVA君/球面性検定の出力” http://riseki.php.xdomain.jp/index.php?ANOVA%E5%90%9B/%E7%90%83%E9%9D%A2%E6%80%A7%E6%A4%9C%E5%AE%9A%E3%81%AE%E5%87%BA%E5%8A%9B
13） 第２回 線形混合モデル（http://blue.zero.jp/yokumura/Rhtml/session02.html 2023年９月１日）
14） 混合モデルを使って反復測定分散分析をする（https://www.slideshare.net/masarutokuoka/ss-42957963 2022年９月１日）

高梨 一彦（和洋女子大学 人文学部 心理学科 教授）

（2023年11月14日受理）